9.3.1 Další statistické veličiny

Předpoklady: 9303

Existuje několik vzorců pro průměry:

- kvadratický průměr: $\overline{x}_K = \sqrt{\frac{1}{n}\left(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2\right)}$,
- aritmetický průměr: $\overline{x}_A = \frac{1}{n}\left(x_1 + x_2 + ... + x_n\right)$,
- geometrický průměr: $\overline{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot ... \cdot x_n}$,
- harmonický průměr: $\overline{x}_H = \dfrac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + ... + \frac{1}{x_n}\right)}$.

Dodatek: Hodnoty průměrů se liší, platí nerovnost: $\overline{x}_K \geq \overline{x}_A \geq \overline{x}_G \geq \overline{x}_H$. Průměry jsou si rovny pouze v případě, že platí $x_1 = x_2 = ... = x_n$.

Pedagogická poznámka: V učebnici jsou vzorce pro průměry konstatovány. V hodině si napíšeme vzorec pro aritmetický průměr a ostatní vzorce se snažíme uhádnout z názvů.

Všechny naše dosavadní statistické úvahy vychází ze základního předpokladu: Pro sledovaný znak existuje typická hodnota a kolem ní náhodné odchylky.

Existuje i jiný typ dat: Odchylky nejsou nahodilé, ale systematické, například zachycují nějaký trend.

HDP ČR na obyvatele v letech 2000 až 2009 v tisících Kč

Rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
HDP	213	230	242	253	276	292	314	342	354	346

Nemá smysl počítat průměrný HDP na obyvatele mezi lety 2000 – 2009. HDP se téměř neustále zvyšoval, hodnoty na počátku období jsou podstatně nižší než na konci.

Roční přírůstek: $y_i = x_i - x_{i-1}$.

Př. 1: Opiš předchozí tabulku s dalšími dvěma prázdnými řádky. Do prvního prázdného řádku doplň roční přírůstky. Ve kterém roce rostl HDP nejrychleji?

Rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
HDP	213	230	242	253	276	292	314	342	354	346
		17	12	11	23	16	22	28	12	-8

Nejrychleji rostl HDP v roce 2007, kdy oproti předchozímu roku vzrost o 28 tisíc Kč.

Průměrný přírůstek: $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ **.**

Př. 2: Urči průměrný přírůstek HDP ČR mezi lety 2000 až 2009.

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{9}(17+12+11+23+16+22+28+12-8) = 14,8$$

Př. 3: Dosaď do vzorce pro průměrný přírůstek $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ původní hodnoty sledované veličiny pomocí vztahu $y_i = x_i - x_{i-1}$ a najdi rychlejší způsob výpočtu průměrného přírůstku.

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{n}\left[(x_1 - x_0) + (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + \dots + (x_n - x_{n-1})\right] =$$

Vnitřní závorky můžeme vynechat: $\bar{y} = \frac{1}{n}\left[x_1 - x_0 + x_2 - x_1 + x_3 - x_2 + \dots + x_n - x_{n-1}\right]$.

Barevně označené dvojice hodnot se odečtou: $\bar{y} = \frac{1}{n}(-x_0 + x_n) = \frac{x_n - x_0}{n}$.

$$\bar{y} = \frac{x_n - x_0}{n} = \frac{346-213}{9} = 14,8$$

V roce 2002 i 2008 se průměrný přírůstek HDP na obyvatele rovnal 12 tisíc Kč. Přesto byl rok 2002 zřejmě úspěšnější, protože HDP se zvyšovalo z nižší úrovně.

$\Rightarrow$ **Roční tempo růstu:** $z_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}$

Př. 4: Doplň do tabulku řádku s ročními tempy růstu. Ve kterém roce rostl HDP nejrychleji?

Rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
HDP	213	230	242	253	276	292	314	342	354	346
		17	12	11	23	16	22	28	12	-8
		1,080	1,052	1,045	1,091	1,058	1,075	1,089	1,035	0,977

Nejrychleji rostl HDP v roce 2004, kdy oproti předchozímu roku vzrost 1,091 krát.

Průměrné tempo růstu $\bar{z}_G$

Jak definovat průměrné tempo růstu?

Určujeme hodnotu HDP po dvou letech: $242 = 213 \cdot 1,080 \cdot 1,052$ $\Rightarrow$ ve vzorci hodnoty násobíme $\Rightarrow$ použijeme místo aritmetického průměru průměr geometrický.

Průměrné tempo růstu $\bar{z}_G = \sqrt[n]{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n}$.

Př. 5: Urči průměrné tempo růstu HDP ČR mezi lety 2000 až 2009.

$\overline{z}_G = \sqrt[n]{z_1 \cdot z_2 \cdot \ldots \cdot z_n} = \sqrt[9]{1,080 \cdot 1,052 \cdot \ldots \cdot 0,977} = 1,055$

Př. 6: Dosaď do vzorce pro průměrný přírůstek $\overline{z}_G = \sqrt[n]{z_1 \cdot z_2 \cdot \ldots \cdot z_n}$ původní hodnoty sledované veličiny pomocí vztahu $z_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}$ a najdi rychlejší způsob výpočtu průměrného tempa růstu.

$\overline{z}_G = \sqrt[n]{z_1 \cdot z_2 \cdot \ldots \cdot z_n} = \sqrt[n]{\frac{x_1}{x_0} \cdot \frac{x_2}{x_1} \cdot \ldots \cdot \frac{x_n}{x_{n-1}}}$

Barevně označené dvojice hodnot se vykrátí: $\overline{z}_G = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_0}} = \sqrt[9]{\frac{346}{213}} = 1,055$.

$\overline{y} = \frac{x_n - x_0}{n} = \frac{346 - 213}{9} = 14,8$

Shrnutí: Pokud se hodnoty sledované veličiny mění systematicky, nepoužíváme aritmetický průměr, ale například veličiny vhodné pro sledování trendu.